

推介

一些應用數學書

施克剛

「真理，就寫在這我們所曾見過最大的書裏了——我是指宇宙——但是，如果不先學習它所用的語言，捕捉其符號，那我們是無法了解的。這本書是用數學語言寫成的，字母是三角形、圓形及其它幾何圖形，沒有它們，人類不可能領略其中任何一個字……」

——Galileo——

離開校門已經兩年多了，不管是在學校，或是其它地方，我常會聽到一些學理工的人，在評論一本物理方面的書：「這本比較好，數學比較少。」這種態度很令我費解。當然，如果一個作者能用最淺顯的字句來述說宇宙真理，這是最好的。但是，我相信絕不可能深入，也因此不能令人滿足，頂多讓人知道一些事實而已。例如愛因斯坦的相對論，他本人曾以最通俗的文句介紹過這一劃時代的理論，但如果只看過那篇文章，你知道到底運動中的尺對另一相對靜止的座標而言會縮短多少而時鐘會變慢多少嗎？ $E = mc^2$ 就這麼簡單嗎？你還是只知道幾件事實而已，這對學理工的人來說，是不應該感到滿足的，因為學理工的，不只是要知道事實，最重要的，是要能預測（Predict）可能會發生什麼，這就絕不能像上述一些人，以「買便宜貨」的心情來對待學問了。

科學技術的進步一日千里，可以說理工科愈來愈難唸了。所需的基礎知識一天比一天多，而最明顯的趨勢，就是對高深數學的要求與日俱增，筆者自工學院畢業之後，開始唸應用數學。在圖書館內看到國外的

許多文獻，他們的科技人員都盡量在充分利用現有的數學方法，來解決問題，要發射火箭登陸月球，豈是那樣容易？動力的供給，彈道的計算，各種動力之影響……用幾句話可以解釋的，真正要做出個結果來，怕不是這麼簡單吧？

筆者是以不揣淺陋，願以野人獻曝之愚誠，就一己幾年來摸索所得，向後學者推介一些較高深的數學書籍，以為日後自修或學習的參考。

筆者假設讀者已學過「工程數學」或相等知識，所推介的書，都是臺灣有翻版的。括號內的是出版社，但臺大附近的書店都會有。

1、高等微積分 且不要讓「高等」兩個字嚇住了。說穿了，「初等微積分」是處理單變數函數的，而這就是處理多變數函數的。物理上所發生的事件，常是多個變數的函數，所以關於多變數函數的分析性質，一定要知道。有兩本書值得一看：

(1) Walter Rudin, "*Principles of Mathematical Analysis*" 3rd Ed. 1976.

(2) R. C. Buck, "*Advanced Calculus*" 2nd Ed. 1965. (亞東書局)

第一本書，臺灣只有第二版（1964，中央圖書供應社出版），筆者已將新版譯出，即將由聯經出版公司出版。該書自第二版發行以來，就成了高微的標準教科書，幾乎所有分析學的書，都會以它為參考書。內容簡潔嚴謹，觀念講得很清楚。有一章微分型式(Differential Form)論，對向量分析提供了另一種更普遍性的看法，（當然，這並非他所創始的，而是法國數學家 E. Cartan 的傑作。）值得理工學者研究。另有一章 Lebesgue 積分論，對理工學者來說，實變函數的理論重點講到這裏已經足夠了。本書採用標準的定義——定理——系——例子——習題的數學書寫法，推介它的另一目的，也是希望學者能熟悉這種形式，便於日後自修之用。

第二本也已有第三版（1977），臺灣可能還是只有第二版，不過第二版也相當不錯了，寫得很活潑，但仍不失其嚴整性，學理工的最喜歡看這種書了，例題很多，很精采，而論微分的一章尤為別緻。也提一章

微分幾何（這在版殼理論、相對論中都有用。），古典力學等應用方面的問題。書單也開得很好，涵蓋了科學、哲學與人文方面的書。

2、線性代數 這在「工程數學」中學過一部份，不過若能再看看正式一點的書，基礎會更堅實一點。一般說來，由於物理上所遇到的問題，常常太複雜，所以我們只取第一級近似（First Order Approximation），化成線性的問題，這就比較好解決了，而因此線性代數的地位就相當重要了。如線性微分方程、差分方程、有限元素法、數值分析、向量與張量分析……等等都直接或間接與線性代數有關。茲推介兩本書：

(1) J. N. Franklin, "*Matrix Theory*" 1968. (中央)

(2) G. D. Birkhoff & S. McLane, "*A Survey of Modern Algebra*" 3rd Ed. 1965. (美亞)

第一本是針對計算機數值分析所需的線性代數而寫的，寫得很順暢，沒有太多的專有名詞，定理證明也相當嚴密。

第二本是鼎鼎有名的大名著，它不只包含了線性代數，還有其它近世代數的論題，其中向量空間、矩陣、行列式幾章，應與第一本配合來讀。學理論物理的還可從本書中學得羣論的概念。

3、複變函數論 複變函數論在微分方程、特殊函數、定積分之計算和漸近分析（Asymptotic Analysis）等方面都有重要用途，且保角寫像（Conformal Mapping）對流體力學的貢獻亦極大，我推介下面兩本書：

(1) L. L. Pennisi, "*Elements of Complex Variables*" 1963
(中央)

(2) 賴漢卿著「複變函數論」1974（徐氏基金會）

第一本是標準教科書，從最基本的觀念講起，只需學過初等微積分，講解極詳盡（常可見到許多 Remark），習題很多，奇數部份有解答，極力推薦。

第二本是執教於清華大學的賴漢卿教授所著，賴先生素為國內數學

界所推崇，近年來對科學中文化的推展，不遺餘力。這本書並不好讀，賴先生以其一貫的謹嚴推展理論，其中有論及正規函數族 (Normal family of Function) 以及有理型函數、調和函數的性質，這是一般基本複變函數論中看不到的。

4、常微分方程式 在工程數學中學過了如何解常微分程之後，若要研究一點理論或定性分析 (Qualitative Analysis) 的話，可看下面幾本書：

- (1) G. D. Birkhoff and G. C. Rota, "*Ordinary Differential Equations*" 2nd Ed. 1969. (美亞)
- (2) M. W. Hirsch & S. Smale, "*Differential Equations, Dynamic Systems & Linear Algebra*" 1974. (協進)
- (3) C. C. Lin and L. A. Segel, "*Mathematics Applied to Deterministic Problems in Natural Science*" 1974. (衆光)

第一本的作者仍是那位哈佛的教授，這本書寫得極嚴謹，有些地方要讀者自己加以證實，所以頗不好讀，但却值得辛苦一點，高微和線性代數一定要學好。凡與微分方程有關的東西，它幾乎都提到了，有幾章要用到複變函數，若沒有基礎，可以略去。

第二本是柏克萊的兩位教授寫的，雖從線性代數開始講起，這部份也不太好唸，要費些工夫，主要是爲了以後講穩定性分析 (stability) 時之用，那是全書重心，筆者以爲也是常微分方程中最引人入勝的地方，這在前一本也有介紹，但不如本書詳盡，而且本書是以嚴格數學寫法寫的，使得觀念更清晰。此外，它也介紹了現代應用數學的「新貴」——生物數學，就是如何以數學模式，如微分方程式，來描述生理現象，以及生態環境的變遷過程，是目前炙手可熱的題目；還有古典力學——動力系統的介紹。本書符號用得是純數學的符號，習慣就好了。

第三本是我國著名的留美學專家林家翹博士在 M. I. T. 教授應用數學的講義，林博士乃是世界首屈一指的應用數學專家。本書內容極豐富，也可看出他所專注的是那些方向。其中有幾章是談微分方程式的，特別

詳細介紹了曾經風光過好一陣子，目前盛況略減的攝動法（Perturbation Method）（這方法筆者在大學時曾被它迷過一段時間。）另外還介紹了因次分析（Dimensional Analysis）（這與攝動法關係極密切，但也有自己本身的重要性。），富氏級數，非線性微分方程的穩定性，以及生物數學；最後一部份則是兩位作者的專長——連體力學。此外，對偏微方程的介紹雖嫌太少，但仍值得一看。

5、偏微分方程式（古典的） 由於偏微分方程（P. D. E）近幾十年來發展迅速，荷佈函數（distribution 或稱廣義函數）的發明，泛函分析的引入，已使現代的 P. D. E 的觀念和以前的大不相同。這裏所指的「古典」是說傳統的那三個著名的方程式——熱傳方程式（拋物型）、波動方程式（雙曲線型）和 Laplace 方程式（橢圓型）——的基本解法和性質。當然，在工程數學中有學過，但可能的話，還是看看以下兩本書：

- (1) G. F. D. Duff and D. Naylor, "*Differential Equations in Applied Mathematics*" 1967. (歐亞)
- (2) I. N. Snedden, "*Elements of Partial Differential Equations*" (歐亞)

第一本特別強調固值問題（Eigenvalue Problems），並對荷佈函數有簡單介紹，偏重物理問題（固體力學、電磁學）的處理；古典的應用數學（如特殊函數，Green 函數，各種積分變換等）也有足夠詳細的說明，極力推薦。

第二本是古典 P. D. E 的標準教科書，剛開始的幾章會使人頭大，不耐煩的可以畧去，寫得最好的是關於那三類二階偏微方程式，解法及性質介紹得很詳盡，積分變換法，特殊函數的一些性質等等，談得深淺適中。

6、向量與張量分析 由 Gibbs（在1880年代）及 Heaviside（1893年）所發展的向量分析，以及在20世紀初（1915~1916）愛因斯坦發表廣義相對論以後逐漸受重視的張量分析，至今已足研究力學，場論（

Field Theory) 及理論物理不可或缺的工具。向量分析在工程數學中學過。其實也很夠了，現在要介紹的，主要是張量分析方面的書：

- (1) H. Jefferey, "*Cartesian Tensors*" 1931. (新月)
- (2) R. Aris, "*Vectors, Tensors and Basic Equations of Fluid Mechanics*" 1962. (協成)
- (3) L. A. Segel & G. H. Handelman, "*Mathematics Applied to Continuum Mechanics*" Chap. 1 & 2, 1977. (衆光)
- (4) I. N. Sokolnikoff, "*Tensor Analysis*" 1958. (歐亞)

學張量先從卡氏張量入手較合邏輯，第一本，第三本部是談卡氏張量的，第一本雖然年代久遠，却是極好的一本小書，只有92頁（新月常會翻版這類名著），對彈性力學，流體力學，古典力學的應用也有提及。第三本是上面介紹過林家翹博士應用數學的第二冊，前兩章是卡氏張量分析，以後的全是連體力學部份。這本比第一本詳細很多，習題也多。有關直角座標變換的基本問題，看過後足矣！

第二本是一位化工教授寫的，頗不好讀，但有了卡氏張量的基礎，會好一點，習題也難，高微和綫性代數學好一點該是沒有問題。著重在流體力學的應用，還談一點微分幾何，本書雖不好讀，但很值得讀，處處可見作者的創意。

最後一本是張量分析的經典名著，前幾本都偏重在連體力學（這是筆者偏見所致。）學物理和電機的怕會格格不入。這本則幾何、分析力學、相對論都談。清晰易讀、但高微、綫性代數要好，畢竟這是數學教授寫的。

現在打算介紹兩本應用數學方面的書，我這裏所指的是古典意味的應用數學，像特殊函數、積分方程、變分法，積分變換、Green 函數……等等這些東西，上面介紹過的幾本書中，都或多或少包含了這些題目，現在再介紹兩本：

- (1) F. B. Hildbrand, "*Method of Applied Mathematics*"
2nd Ed. 1965. (歐亞)
- (2) F. D. Murnagham, "*Introduction to Applied Mathe-*

maths” 1948. (歐亞)

第一本書包含三章：矩陣理論，變分法及積分方程，講解清晰，沒有冗句（所以要仔細唸），每章習題甚多，但不會很難。看了這本，變分法和積分方程基本理論就夠了。

第二本是老書，但我覺得編得相當好，有座標變換（這裏有別出心裁的地方！），富氏級數、特殊函數（Bessel 函數及 Legendre 函數）、積分方程、變分法……等等，介紹詳盡，真是標準的應用數學書。

至於現代的應用數學，就是林家翹博士的那本書了。

前面說過，當今科技發展對數學的要求很高，一些以前認為抽象不切實際的東西，如羣論、微分流型 (Differentiable Manifold) ……等等竟然我了解決宇宙奧秘必要的鑰匙了。現在就要介紹一點近代數學的書。

微分方程論中有三大問題，那就是(1)解是否存在的問題，(2)若解存在，它是否唯一的問題，(3)解的穩定性問題（這穩定性與前面所提非線性常微方程的穩定性，意義略有不同。）即，當起始條件有些微的變化，所得的解是否會隨之連續地變化的問題。乍看之下，這些問題真是多餘，其實不然，當你解一個問題必須要用計算機時，花了幾十個小時還無法得解，你可就會注意這些問題了。如果方程式根本無解（意即宇宙間根本不會發生所描述的狀況），我們費力去尋求解答，不是很可笑嗎？方程式的解不唯一，就是同樣情況，可能發生兩種以上不同的結果。（參看 G.D.Birkhoff & G.C.Rota “O.D.E” 第六章。）這是我們須先留意的，蓋若非如此，我們能準確預測任何結果嗎？而如果解是不穩定的（積分方程式 Fredholm 第一型就是*），意即，只要起始條件略有變動，它得的解就大不相同，甚至無解，那麼我們還能希望由實驗或數值分析（都會造成些微誤差的）來驗求解答嗎？當然是徒費工夫。

* 參看 A. N. Tikhonov & V. Y. Arsenin “*Solutions of Ill-posed Problems*” §1. 1977. John Wiley & Sons.

此外，用數值分析解微分方程式時，一個令人頭疼的問題，是所謂架構穩定性 (Scheme Stability) 的問題，就是說以數值法逼近所造成的誤差，會不會一直增加，而使得整個架構崩潰的問題……等等，像這些都得靠更好的數學方法來解決。

目前研究偏微方程這類理論的方法，大多是用荷佈函數 (或廣義函數)，以及泛函分析的方法，而數值分析架構穩定性的探討，也擴展到一般函數空間 (Function Space) 中以泛函分析方法來估計誤差。當然，我們之中大部份都沒有如此大的精力面面俱到，但有時在參攷文獻時，仍必須知道點基本知識才好。

下面就介紹幾本近代數學的書：

- (1) G. F. Simmons, "*Introduction to Topology & Modern Analysis*" 1965. (大學圖書公司)
- (2) R. H. Kasriel, "*Undergraduate Topology*" 1971. (美亞)
- (3) M. J. Lighthill, "*Fourier Analysis and Generalized Functions*" 1960. (歐亞)
- (4) L. A. Lusternik & V. J. Sobolev, "*Elements of Functional Analysis*" 1961. (歐亞)
- (5) S. G. Milklin, "*Mathematical Physics, An Advanced Course*" 1972. (協進)

拓撲學聽起來像是個令人莫測高深的東西，其實它實在是很迷人的。在分析學中，我們主要是用到點集拓撲 (Point Set Topology)，本來 Rudin 的高微第二章就有點集拓撲了，但我還是建議學者能看看第一本書。筆者永難忘懷第一次接觸它時，心中的震撼，它使我真正領略到數學的美，它不但告訴你這是什麼，還告訴你，為什麼我們需要這個，(像它就告訴你何以要有拓撲空間，何以要介紹什麼緊緻性，連結性，可分離性……等等亂七八糟的東西！) 對一個門外漢來說，看這本書，確實獲益匪淺。它前半部是討論拓撲空間各種性質，後半部則是泛函分析導論。不過有時例子嫌少了一點，剛接觸的人還於有具體點的例子協助較好，所以我再推介第二本書，它的例子和習題都很好，可以

與第一本互相參照。

第三本的著者是英國近世的天才之一，學數學出身，流體力學權威學者之一，1971年被封為 Sir。這本書很薄，講荷佈函數輕鬆愉快，看過 Rudin 的高微，即可無困難地讀下去。

第四本是俄國人寫的，從拓撲空間開始，漸次及於 Banach 空間及其性質，線性算子的質譜理論，還提一點非線性泛函，雖也是本小書，但要仔細讀，實變函數的基礎，Rudin 的高微已够了。

第五本也是俄國人寫的，主要是以現代手法處理古典的三類二階偏微方程（已擴展至 n 度空間），有用到泛函分析，不過不是很深。這本書可讓我們對當前偏微方程的理論方向，有個初步的了解。

以上所提的書雖非經典之作，但是以我的經驗，覺得看這些書獲益不少，一些真正的經典之作，讀者一定會從上述各書中發現的，我不以為剛開始適合看那些書（像 Kelly 的拓撲學，剛看的人幾分鐘就會放下了！）。

筆者不是科班出身，又非學有專長，竟在此胡言亂語，已有越俎代庖之嫌，但純是一顆熾熱的心，希望以一得之愚，向後學者提供一些經驗，不值識者一笑！

1978, 9. 15.

譯評

陳大安編

45元

翻譯，有人貶之為「謀殺」，有人譽之為「創造」……

那麼，譯者是「文化殺手」呢？還是「文化媒妁」？

本書計收 T·A·胡汝森、張時、黃文範等精彩翻譯評論近二十篇，歡迎電話或郵撥訂書，八折優待本刊讀者。

本社電話：三五一六六〇八 郵撥：一九二七四
三四一六二二四